**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра математического обеспечения и применения ЭВМ**

отчет

**по практической работе №6**

**по дисциплине «Теория принятия решений»**

**Тема: Нечёткие модели**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студентка гр. 7381 |  | Алясова А.Н. |
| Преподаватель |  | Попова Е.В. |

Санкт-Петербург

2021

**Цель работы.**

Использование инструментальных средств для решения задач поддержки принятия решения, а также овладение навыками принятия решения на основе решения задач с нечёткой информацией.

**Основные теоретические положения.**

В практической работе используется в качестве начального этапа нечёткая модель, основанная на нечёткой информации, предоставляемой экспертами. Эксперты формируют опорные значения функции принадлежности коэффициента, отражающего характеристики объекта, который подлежит ранжированию опорных точках , и для объектов  по критериям . Всего экспертов . Формируется трапецеидальная функция принадлежности нечёткого числа (1):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1) |

где

Для вывода выходной функции принадлежности используется принцип обобщения. Нечёткий вывод основывается на базе знаний, которую составляют обобщённые логические правила: ЕСЛИ (( есть ) И ( есть )) ТО ( есть ). Принцип обобщения для функции нескольких переменных представляет собой задание функции принадлежности выходного значения системы (2).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (2) |

где символ означает объединение множеств на основе операции , а  означает объединение множеств на основе операции .

Дефаззификацию трапецеидального числа будем проводить с помощью интегрального представления градуированного среднего значения нечёткого числа  и рассчитывать по формулам (3), (4):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3) |

где

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (4) |

где .

Во второй части работы используется метод рандомизированных сводных показателей (МРСП), в котором на входе используются дефаззифицированные значения нечёткой модели. Определяются значимость каждого критерия по отношению к другим с помощью вектора весовых коэффициентов  . Вводится нормирование суммы и строится синтезирующая функция в виде аддитивной средневзвешенной величины (5):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5) |

Для задания дискретности модели вводится величина шага которая задаёт размер множества допустимых векторов весовых коэффициентов

В качестве детерминированной оценки рандомизированного сводного показателя используется математическое ожидание случайной величины, а мерой точности оценки  служит стандартное отклонение случайной величины. Достоверность доминирования рандомизированного сводного показателя   над   определяется по формуле (6).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (6) |

где Таким образом, достигают ранжирование объектов, оценку точности полученных величин, определение достоверности полученного ранжирования.

**Постановка задачи.**

Выбрать объект системы защиты информации (СЗИ), оцениваемый по 3 критериям (конфиденциальность, целостность, доступность информации), с использованием упрощённого модифицированного метода рандомизированных сводных показателей.

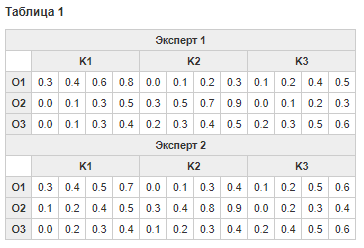
**Индивидуализация.**

Вариант 1.

Шаг дискретизации

Таблица с оценками.

3 объекта, которые оцениваются по 3 критериям двумя экспертами.



**Порядок выполнения работы.**

1. Сведение таблиц с экспертными опорными значениями трапецеидальных функций принадлежности в единую таблицу с тремя объектами, оцениваемые по 3 критериям с помощью принципа обобщения, в котором – среднее значение.

2. Фаза дефаззификации трапецеидального числа с помощью интегрального представления градуированного среднего значения нечёткого числа . Построить таблицу с чёткими значениями.

3. Построить множество векторов весовых коэффициентов, количество которых равно .

4. Построить множество сводных показателей, количество которых равно также .

5. Вычислить математическое ожидание и дисперсию.

6. Вычислить вероятность полного доминирования.

7. Сделать вывод о предпочтении объекта сразу по всем критериям и с какой погрешностью.

**Выполнение работы.**

Согласно варианту были выбраны таблица с оценками экспертов (см. табл. 1) и шагов дискретизации .

Таблица 1 – Оценки экспертов

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Эксперт 1 | | | | | | | | | | | | |
|  | К1 | | | | К2 | | | | К3 | | | |
| О1 | 0.3 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 0.0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.1 | 0.2 | 0.4 | 0.5 |
| О2 | 0.0 | 0.1 | 0.3 | 0.5 | 0.3 | 0.5 | 0.7 | 0.9 | 0.0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 |
| О3 | 0.0 | 0.1 | 0.3 | 0.4 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.2 | 0.3 | 0.5 | 0.6 |
| Эксперт 2 | | | | | | | | | | | | |
|  | К1 | | | | К2 | | | | К3 | | | |
| О1 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.7 | 0.0 | 0.1 | 0.3 | 0.4 | 0.1 | 0.2 | 0.5 | 0.6 |
| О2 | 0.1 | 0.2 | 0.4 | 0.5 | 0.3 | 0.4 | 0.8 | 0.9 | 0.0 | 0.2 | 0.3 | 0.4 |
| О3 | 0.0 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.2 | 0.4 | 0.5 | 0.6 |

1) Сведение таблиц с экспертными опорными значениями трапецеидальных функций принадлежности в единую таблицу с тремя объектами, оцениваемые по 3 критериям с помощью принципа обобщения, в котором – среднее значение.

Таблица 2 - Объект 1 (О1), критерий 1 (К1)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Эксперт 1  Эксперт 2 | | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0.3 | 0.4 | 0.6 | 0.8 |
| 0 | 0.7 | 0  0.5 | 0  0.55 | 0  0.65 | 0  0.75 |
| 1 | 0.5 | 0  0.4 | 1  0.45 | 1  0.55 | 0  0.65 |
| 1 | 0.4 | 0  0.35 | 1  0.4 | 1  0.5 | 0  0.6 |
| 0 | 0.3 | 0  0.3 | 0  0.35 | 0  0.45 | 0  0.55 |

Сформируем выходную трапецеидальную функцию принадлежности:

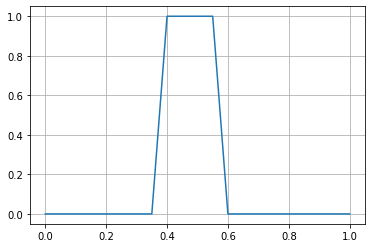


Рисунок 1 – Трапецеидальная функция принадлежности О1 К1

Произведём дефаззификацию трапецеидального числа:

Таблица 3 - Объект 1 (О1), критерий 2 (К2)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Эксперт 1  Эксперт 2 | | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0.1 | 0.2 | 0,3 |
| 0 | 0,4 | 0  0.2 | 0  0.25 | 0  0.3 | 0  0.35 |
| 1 | 0,3 | 0  0.15 | 1  0.2 | 1  0.25 | 0  0.3 |
| 1 | 0,1 | 0  0.05 | 1  0.1 | 1  0.15 | 0  0.2 |
| 0 | 0 | 0  0 | 0  0.05 | 0  0.1 | 0  0.15 |

Сформируем выходную трапецеидальную функцию принадлежности:

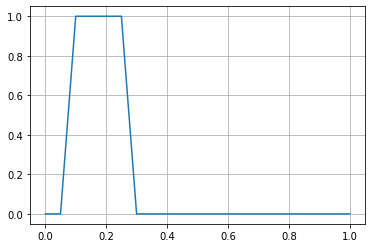


Рисунок 2 – Трапецеидальная функция принадлежности О1 К2

Произведём дефаззификацию трапецеидального числа:

Таблица 4 -Объект 1 (О1), критерий 3 (К3)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Эксперт 1  Эксперт 2 | | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0,1 | 0,2 | 0,4 | 0,5 |
| 0 | 0,6 | 0  0,35 | 0  0,4 | 0  0,5 | 0  0,55 |
| 1 | 0,5 | 0  0,3 | 1  1,35 | 1  0,45 | 0  0,5 |
| 1 | 0,2 | 0  0,15 | 1  0,2 | 1  0,3 | 0  0,35 |
| 0 | 0,1 | 0  0,1 | 0  0,15 | 0  0,25 | 0  0,3 |

Сформируем выходную трапецеидальную функцию принадлежности:

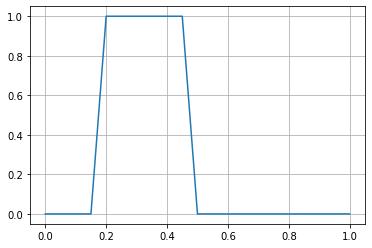


Рисунок 3 – Трапецеидальная функция принадлежности О1 К3

Произведём дефаззификацию трапецеидального числа:

Таблица 5 - Объект 2 (О2), критерий 1 (К1)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Эксперт 1  Эксперт 2 | | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0,1 | 0,3 | 0,5 |
| 0 | 0,5 | 0  0,25 | 0  0,3 | 0  0,4 | 0  0,5 |
| 1 | 0,4 | 0  0,2 | 1  0,25 | 1  0,35 | 0  0,45 |
| 1 | 0,2 | 0  0,1 | 1  0,15 | 1  0,25 | 0  0,35 |
| 0 | 0,1 | 0  0,05 | 0  0,1 | 0  0,2 | 0  0,3 |

Сформируем выходную трапецеидальную функцию принадлежности:

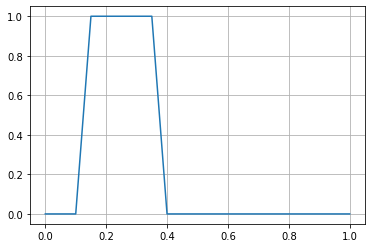


Рисунок 4 – Трапецеидальная функция принадлежности О2 К1

Произведём дефаззификацию трапецеидального числа:

Таблица 6 - Объект 2 (О2), критерий 2 (К2)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Эксперт 1  Эксперт 2 | | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0,3 | 0,5 | 0,7 | 0,9 |
| 0 | 0,9 | 0  0,6 | 0  0,75 | 0  0,8 | 0  0,9 |
| 1 | 0,8 | 0  0,55 | 1  0,65 | 1  0,75 | 0  0,85 |
| 1 | 0,4 | 0  0,35 | 1  0,45 | 1  0,55 | 0  0,65 |
| 0 | 0,3 | 0  0,3 | 0  0,4 | 0  0,5 | 0  0,6 |

Сформируем выходную трапецеидальную функцию принадлежности:

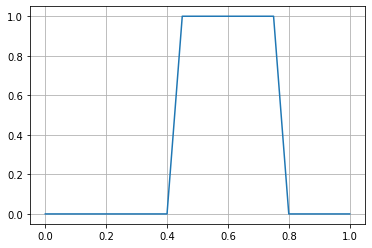


Рисунок 5 – Трапецеидальная функция принадлежности О2 К2

Произведём дефаззификацию трапецеидального числа:

Таблица 7 - Объект 2 (О2), критерий 3 (К3)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Эксперт 1  Эксперт 2 | | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 |
| 0 | 0,4 | 0  0,2 | 0  0,25 | 0  0,3 | 0  0,35 |
| 1 | 0,3 | 0  0,15 | 1  0,2 | 1  0,25 | 0  0,3 |
| 1 | 0,2 | 0  0,1 | 1  0,15 | 1  0,2 | 0  0,25 |
| 0 | 0 | 0  0 | 0  0,05 | 0  0,1 | 0  0,15 |

Сформируем выходную трапецеидальную функцию принадлежности:

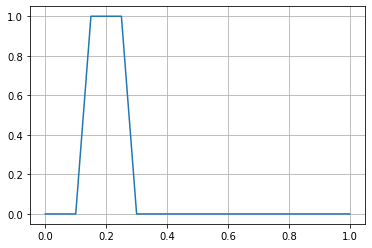


Рисунок 6 – Трапецеидальная функция принадлежности О2 К3

Произведём дефаззификацию трапецеидального числа:

Таблица 8 - Объект 3 (О3), критерий 1 (К1)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Эксперт 1  Эксперт 2 | | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0,1 | 0,3 | 0,4 |
| 0 | 0,4 | 0  0,2 | 0  0,25 | 0  0,35 | 0  0,4 |
| 1 | 0,3 | 0  0,15 | 1  0,2 | 1  0,3 | 0  0,35 |
| 1 | 0,2 | 0  0,1 | 1  0,15 | 1  0,25 | 0  0,3 |
| 0 | 0 | 0  0 | 0  0,05 | 0  0,15 | 0  0,2 |

Сформируем выходную трапецеидальную функцию принадлежности:

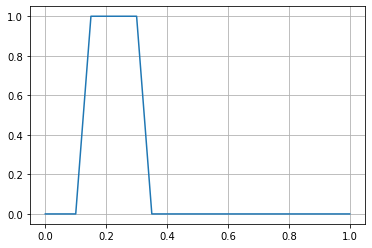


Рисунок 7 – Трапецеидальная функция принадлежности О3 К1

Произведём дефаззификацию трапецеидального числа:

Таблица 9 - Объект 3 (О3), критерий 2 (К2)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Эксперт 1  Эксперт 2 | | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 |
| 0 | 0,4 | 0  0,3 | 0  0,35 | 0  0,4 | 0  0,45 |
| 1 | 0,3 | 0  0,25 | 1  0,3 | 1  0,35 | 0  0,4 |
| 1 | 0,2 | 0  0,2 | 1  0,25 | 1  0,3 | 0  0,35 |
| 0 | 0,1 | 0  0,15 | 0  0,2 | 0  0,25 | 0  0,3 |

Сформируем выходную трапецеидальную функцию принадлежности:

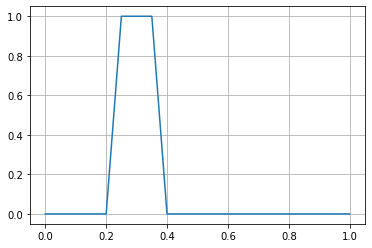


Рисунок 8 – Трапецеидальная функция принадлежности О3 К2

Произведём дефаззификацию трапецеидального числа:

Таблица 10 - Объект 3 (О3), критерий 3 (К3)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Эксперт 1  Эксперт 2 | | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0,2 | 0,3 | 0,5 | 0,6 |
| 0 | 0,6 | 0  0,4 | 0  0,45 | 0  0,55 | 0  0,6 |
| 1 | 0,5 | 0  0,35 | 1  0,4 | 1  0,5 | 0,55 |
| 1 | 0,4 | 0  0,3 | 1  0,35 | 1  0,45 | 0  0,5 |
| 0 | 0,2 | 0  0,2 | 0  0,25 | 0  0,35 | 0  0,4 |

Сформируем выходную трапецеидальную функцию принадлежности:

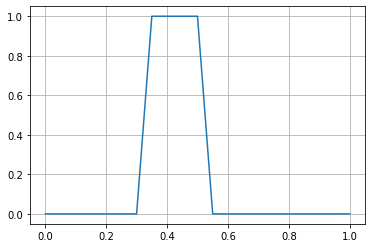


Рисунок 9 – Трапецеидальная функция принадлежности О3 К3

Произведём дефаззификацию трапецеидального числа:

2) Фаза дефаззификации трапецеидального числа с помощью интегрального представления градуированного среднего значения нечёткого числа . Построить таблицу с чёткими значениями.

Таблица 3×3 с чёткими значениями представлена в табл. 11.

Таблица 11 - Таблица 3×3 с чёткими значениями

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **K1** | **K2** | **K3** |
| **O1** | 0.475 | 0.175 | 0.392 |
| **O2** | 0.25 | 0.6 | 0.2 |
| **O3** | 0.225 | 0.3 | 0.425 |

Нормализуем критерии по формуле:

Получим табл. 12.

Таблица 12

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **K1** | **K2** | **K3** |
| **O1** | 0.294118 | 1 | 0.489412 |
| **O2** | 0.823529 | 0 | 0.941176 |
| **O3** | 0.882353 | 0.705882 | 0.411765 |

3) Построить множество векторов весовых коэффициентов, количество которых равно .

Построим вектор весовых коэффициентов, для :

Размер множества допустимых векторов весовых коэффициентов:

Построим множество векторов весовых коэффициентов:

Таблица 13

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **W1** | **W2** | **W3** |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0.5 | 0.5 |
| 0.5 | 0 | 0.5 |
| 0.5 | 0.5 | 0 |

4) Построить множество сводных показателей, количество которых равно также .

Построим множество сводных показателей:

Таблица 14

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Q1** | **Q2** | **Q3** |
| 0.489412 | 0.941176 | 0.411765 |
| 1 | 0 | 0.705882 |
| 0.294118 | 0.823529 | 0.882353 |
| 0.744706 | 0.470588 | 0.558824 |
| 0.391765 | 0.882353 | 0.6470588 |
| 0.647059 | 0.411765 | 0.794118 |

5) Вычислить математическое ожидание и дисперсию.

Математическое ожидание и дисперсия представлены в табл. 15.

Таблица 15

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Q1** | **Q2** | **Q3** |
|  | 0.594510 | 0.588235 | 0.666667 |
|  | 0.235276 | 0.331018 | 0.153456 |

Отобразим на графике полученные отрезки:

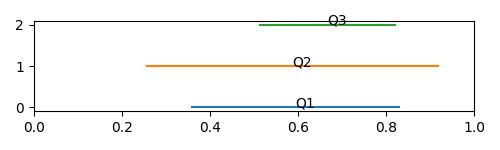


Рисунок 10 – Графическое представление сводных показателей

6) Вычислить вероятность полного доминирования.

Вероятность полного доминирования над представлена в табл.16.

Таблица 16

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **i**  **j** | **1** | **2** | **3** |
| **1** | – |  |  |
| **2** |  | – |  |
| **3** |  |  | – |

7) Сделать вывод о предпочтении объекта сразу по всем критериям и с какой погрешностью.

Наиболее предпочтительным является объект 3, т.к. он имеет наибольшее мат. ожидание и наименьшую дисперсию , а также он доминирует над другими объектами.

Модифицируем алгоритм, добавив доп. условия на множество векторов весовых коэффициентов: .

Тогда множество векторов весовых коэффициентов:

Таблица 17

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **W1** | **W2** | **W3** |
| 0 | 0.5 | 0.5 |
| 0 | 1 | 0 |

Множество сводных показателей:

Таблица 18

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Q1** | **Q2** | **Q3** |
| 0.744706 | 0.470588 | 0.5588235 |
| 1 | 0 | 0.705882 |

Математическое ожидание и дисперсия представлены в табл. 19.

Таблица 19

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Q1** | **Q2** | **Q3** |
|  | 0.872353 | 0.235294 | 0.632353 |
|  | 0.127647 | 0.235294 | 0.073529 |

Полученные отрезки представлены на рис. 11.

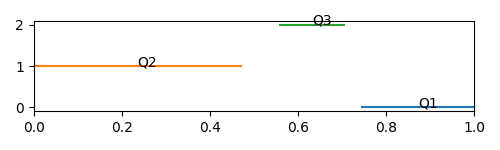


Рисунок 11 – Графическое представление сводных показателей

Как видно из графика, теперь отрезки не пересекаются.

Теперь наиболее предпочтительным стал объект 1, т.к. он доминирует над другими объектами, а также имеет наибольшее мат. ожидание при небольшой дисперсии .

Вероятность полного доминирования над представлена в табл. 20.

Таблица 20

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **i**  **j** | **1** | **2** | **3** |
| **1** | – | 1 | 1 |
| **2** | 0 | – | 0 |
| **3** | 1 | 1 | – |

**Выводы.**

В ходе выполнения лабораторной работы был применен модифицированный метод рандомизированных сводных показателей и выбран наилучший объект по трем критериям.

**ПРИЛОЖЕНИЕ А**

**ПРОГРАММА ДЛЯ РАСЧЕТА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ДЛЯ ВЫБОРА ОБЪЕКТА СЗИ**

import numpy as np

import matplotlib.pyplot as plt

import pandas as pd

x = [0, 0.3, 0.35, 0.5, 0.55, 1]

y = [0, 0, 1, 1, 0, 0]

plt.plot(x, y)

plt.grid(True)

plt.show()

KO = np.array([

[0.475, 0.175, 0.392],

[0.25, 0.6, 0.2],

[0.225, 0.3, 0.425]

])

W = np.array([

[0, 0, 1],

[0, 1, 0],

[1, 0, 0],

[0, 0.5, 0.5],

[0.5, 0, 0.5],

[0.5, 0.5, 0],

])

KO2 = (np.max(KO) - KO) / (np.max(KO) - np.min(KO))

KO2[0, 1] = 1

KO2[1, 1] = 0

print("Нормализованная таблица 3х3:\n", KO2)

Q = np.zeros((6, 3))

for i in range(6):

for j in range(3):

Q[i, j] = sum(KO2[j] \* W[i])

def plot\_otr(QQ):

std = QQ.std(ddof=0)

print("\nОтклонение std\n", std)

mean = QQ.mean()

print("\nМат ожидание mean\n", mean)

gr = pd.DataFrame({'ot': mean - std, 'do': mean + std})

plt.figure(figsize=(5, 1.5))

plt.xlim(0, 1)

plt.plot(gr.loc[0], [0, 0])

plt.text(mean[0], 0, 'Q1')

plt.plot(gr.loc[1], [1, 1])

plt.text(mean[1], 1, 'Q2')

plt.plot(gr.loc[2], [2, 2])

plt.text(mean[2], 2, 'Q3')

plt.show()

plot\_otr(pd.DataFrame(Q))

WW = W[np.where(W[:, 0] < W[:, 1])]

print("\nWW\n", WW)

Q = np.zeros((len(WW), 3))

print("\nh\n", Q)

for i in range(len(WW)):

for j in range(3):

Q[i, j] = sum(KO2[j] \* WW[i])

print("\nh\n", Q)

plot\_otr(pd.DataFrame(Q))